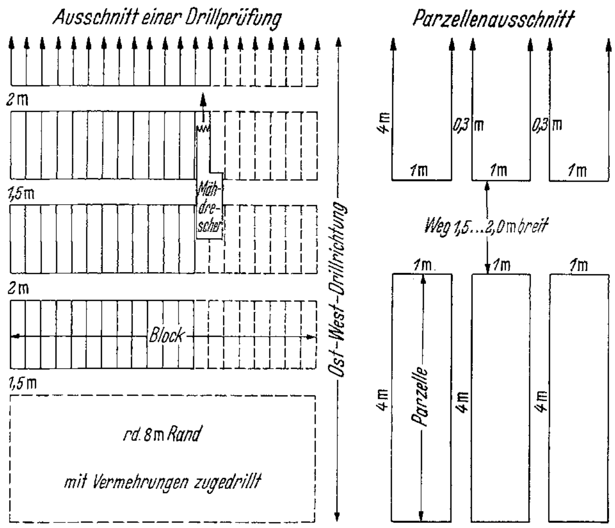


Abb. 2. Prüffeld-Anlage für Parzellen-Mähdrusch.

Zwischenräume zwischen den Parzellen betragen 30 cm. Die Drillblocks sind jeweils durch einen 1,50 m bis 2,00 m breiten Weg getrennt. Diese Wegbreite ist für die Aussaat, Düngung sowie Unkrautbekämpfung erforderlich und entspricht auch weitgehend den Anforderungen, die der Mähdrescher stellt; u. U. könnte man auch mit schmaleren Wegen auskommen.

Der Mähdrescher-Einsatz kann bei stehendem Getreide von zwei Seiten erfolgen. Bei Lager muß immer der Lagerrichtung entgegen gemäht werden. Bei den üblichen selbstfahrenden Mähdreschern, einschließlich Massey-Ferguson 630S — und wahrscheinlich auch der Neukonstruktion aus Ried — erfolgt der Einsatz in Richtung des lagernden Getreides.

Im übrigen ist die Arbeitsweise unseres Parzellen-Mähdreschers aus der Skizze ersichtlich.

Ein Herausmähen frühreifer Zuchtstämme ist nicht möglich und unseres Erachtens auch nicht erforderlich. Wenn extreme Reife-Unterschiede vorhanden sein sollten, müßten die besonders frühreifen Nummern vorher mit der Sense herausgemäht werden.

Bei der skizzierten Prüffeldanlage ist es möglich, Parzellen-Mähdrusch über eine große Anzahl Blocks der gleichen oder auch verschiedener Prüfungen mit gleicher Parzellenbreite durchzuführen (wie beim Drillen). Auf diese Weise kann der Zeitverlust durch Rückwärtsfahren und erneutes „Einkurven" in eine neue Parzellenfolge auf ein Minimum beschränkt werden.

Sorgfältiges „Scheiteln", d. i. Trennen der Parzellenbestände voneinander, ist nur bei stärkerem Lager erforderlich. Auch starkes Lager wird unter Verwendung von Ährenhebern gut aufgenommen.

Der Fahrer hat von seinem rechtsseitig hochstehenden Sitz aus eine gute Übersicht über alle mit dem Fahren und Mähen zusammenhängenden Vorgänge. Alle Schalthebel sind von hier aus leicht zu bedienen. Die Geschwindigkeit kann den gegebenen Beständen (dicht, dünn, hoch, niedrig) leicht angepaßt werden. Lediglich der VW-Industrie-Motor muß vor Beginn der Arbeit angeworfen werden, er läuft dann konstant weiter.

Zur Bedienung sind 2—3 Personen erforderlich:
1 Fahrer
1 Arbeitskraft zum Entleeren des Saatgutkastens in Beutel
(1) Mädchen neben dem Mähbalken mit einem leichten Holzrechen zum Ablegen der Halme auf das Transporttuch.

Die letztgenannte Arbeitskraft kann bei dem Drusch größerer Flächen eingespart werden.

Der Parzellen-Mähdrusch kann bei Versuchen mit allen Kulturpflanzen-Arten durchgeführt werden, die bisher mit den bekannten Frontschneidemaschinen (Agria, Hako, Gutbrod u. a.) geerntet worden sind.

Trommel-Drehzahl-Abstufungen sind vorgesehen.

Der vorbeschriebene Parzellenmähdrescher hat seine Bewährungsprobe in der Ernte 1961 erfolgreich bestanden. 1962 sind mehrere dieser Maschinen — jeweils mit kleinen Abänderungen — in unseren Betrieben zum Einsatz gekommen. Dabei wurden die Versuchsergebnisse von 1961 voll bestätigt. Darüber hinaus hat sich gezeigt, daß auch feuchtes Mähgut und strohreiches Getreide ohne Schwierigkeiten geerntet und ausgedroschen wurde.

Wir glauben, mit unserem System der Forderung nach einer möglichst hohen Arbeitsproduktivität bei der Ernte im Zuchtbetrieb ein gutes Stück weiter gekommen zu sein.

Mündlichen Berichten zufolge wird an ähnlichen Entwicklungen auch in England, Frankreich, USA und Japan gearbeitet.

Den Herren der Hauptgenossenschaft Hannover sei an dieser Stelle unser besonderer Dank für das große Interesse und die unermüdliche Kleinarbeit bei der Entwicklung der Maschinen ausgesprochen.

---

Aus dem Institut für Landw. Botanik der Universität Bonn

# Weitere Hinweise zur Prüfung der Additivität bei Streuungszerlegungen (Varianzanalysen)

Von **F. WEILING**

Es ist eine Eigentümlichkeit aller biometrischen Test- und Analyseverfahren, daß sie in mehr oder weniger großem Ausmaß von Besonderheiten abstrahieren und nach Möglichkeit von wenigen, möglichst allgemeinen und zugleich einfachen Voraussetzungen ausgehen, um auf diese Weise einen breiten Anwendungsbereich zu garantieren. So setzen z. B. unsere älteren und heute zumeist verwendeten Testverfahren (etwa der $u$-, $t$-, $\chi^2$- und $F$-Test) eine normal-(Gauss-) verteilte Grundgesamtheit voraus, die man früher in der Natur weit verbreitet hielt. Wir wissen heute, daß die Normalverteilung eine ideale Verteilung darstellt, die in Wirklichkeit meist nur angenähert, wenn überhaupt erfüllt ist. Eine andere, die Analyse vereinfachende Bedingung stellt die zahlreichen Verfahren gemeinsame Voraussetzung der Linearität oder Additivität der Einzeleffekte dar. Auch diese Voraussetzung ist in der Natur nicht immer und wenn, so meist nur näherungsweise erfüllt. Wenngleich die meisten Verfahren den verschiedenen Voraussetzungen gegenüber eine von Fall zu Fall unterschiedliche Robustheit aufweisen, d. h. auch bei gewissen Abweichungen von den Voraussetzungen noch aussagefähig bleiben, so wäre es doch unwissenschaftlich, ein Test- oder ein Analyseverfahren im Vertrauen auf seine Robustheit kritiklos auf alle möglichen vorkommenden Fälle anzuwenden.

Das heute in Biologie, Technik und Wirtschaft weit verbreitete Verfahren der Streuungszerlegung (Varianzanalyse) setzt Additivität der Einzeleffekte, Streuungsgleichheit in den verschiedenen Behandlungs-(Versuchs-)reihen, Normalität und stochastische Unabhängigkeit der Einzeldaten voraus, wobei die Additivität die erste und wichtigste Rolle einnimmt. Nicht-additive Effekte pflegen als Wechselwirkungen in Erscheinung zu treten. Bei einer mehrfachen, d. h. nach mehr als zwei Faktoren (Wiederholungseffekte eingeschlossen) analysierenden Streuungszerlegung lassen sich die nicht-additiven Effekte ohne weiteres von den Wirkungen des Zufallsfehlers abtrennen. Es besteht damit die Möglichkeit, sich über Größe und Einfluß der nicht-additiven Effekte Rechenschaft zu geben. Im Falle der einfachen und doppelten Streuungszerlegung ist dies jedoch nicht ohne weiteres der Fall. Hier sind besondere Verfahren erforderlich, um Wechselwirkungen und Zufallsfehler voneinander zu trennen. Ein solches Verfahren, bei dem von der Summe der Abweichungsquadrate ($\Sigma AQ$) der vereinigten Wechselwirkungen und Zufallsfehler — meist schlechthin als Wechselwirkungen oder Zufallsfehler bezeichnet — ein einem Freiheitsgrad entsprechender Anteil abgetrennt und als Wirkung fehlender Additivität gegen den verbleibenden Rest geprüft wird, stammt von Tukey (1949). In einem früheren, in dieser Zeitschrift veröffentlichten Aufsatz (Weiling 1960) wurde aufgezeigt, wie sich dieser Test mit Hilfe der bei der Streuungszerlegung ohnehin anfallenden Rechengrößen auf relativ einfache Weise durchführen läßt.

## Der Test auf Nicht-Additivität von Mandel

Mandel (1961) hat den Nachweis geführt, daß der Test von Tukey nur einen Teil der nicht-additiven Effekte erfaßt. Er hat seinerseits ein Verfahren angegeben, das alle nicht-additiven Effekte berücksichtigt. Auch dieses Verfahren läßt sich weitgehend vereinfachen, so daß es vom Praktiker zum Teil mit Hilfe der bei der Streuungszerlegung ohnehin anfallenden Rechengrößen durchgeführt werden kann. Daher sei dieses Verfahren in seinen Grundzügen und in seiner Durchführung kurz erläutert. (Der an der Ableitung des Testes nicht interessierte Leser möge den kleingedruckten Text überschlagen.)

Wir nehmen an, daß ein Geschehen (in unserem weiter unten aufgeführten Beispiel die Energie/cm² treibender Weizenmehlteige) durch zwei systematisch wirkende Faktoren, sogenannte Reihen-(R-)effekte (in unserem Beispiel die Wirkung gestaffelter Stickstoff-(N-)düngung) und Zeilen-(Z-)effekte (die Wirkung verschiedener Sorten) beeinflußt wird. Ist $x_{ij}$ die in einem speziellen Falle, nämlich unter dem Einfluß des $i$-ten Zeilen- sowie des $j$-ten Reiheneffektes, beobachtete Gesamtwirkung und ist $\delta_{ij}$ die Wirkung des Zufallsfehlers, so läßt sich für die $x_{ij}$ im Falle additiven Geschehens folgende Modellvorstellung annehmen:

$$x_{ij} = x_{..} + \zeta_i + \varrho_j + \delta_{ij}\,. \tag{1}$$

Dabei stellt $x_{..}$ den Durchschnitt aller beobachteten Versuchsergebnisse ($x_{ij}$-Werte), $\zeta_i = x_{i.} - x_{..}$ die vom Durchschnitt abweichende Wirkung des $i$-ten Zeilenfaktors, $\varrho_j = x_{.j} - x_{..}$ die vom Durchschnitt abweichende Wirkung des $j$-ten Reihenfaktors dar. Der Index $i$ möge von 1 bis $z$, der Index $j$ von 1 bis $r$ laufen (Tab. 1). Ferner mögen $\zeta$ und $\varrho$ voneinander sowie vom Zufallsfehler unabhängig und

$$\sum_i \zeta_i = \sum_j \varrho_j = \sum_i \delta_{ij} = \sum_j \delta_{ij} = 0 \tag{2}$$

sein. Etwaige nicht-additive Effekte mögen durch die Größe $\tau_{ij}$ angegeben werden, wobei

$$\sum_i \tau_{ij} = \sum_j \tau_{ij} = 0 \tag{3}$$

sei. Das unserer Überlegung zugrunde liegende Modell lautet somit allgemein:

$$x_{ij} = x_{..} + \zeta_i + \varrho_j + \tau_{ij} + \delta_{ij}\,. \tag{4}$$

Tabelle 1. *Anordnung der Reihen- und Zeilensymbole.*

| | $R_1 \ldots R_j \ldots R_r$ | Summe | Durchschn. |
|---|---|---|---|
| $Z_1$ | | $X_{1.}$ | $x_{1.}$ |
| . | | . | . |
| . | | . | . |
| . | | . | . |
| $Z_i$ | $x_{ij}$ | $X_{i.}$ | $x_{i.}$ |
| . | | . | . |
| . | | . | . |
| . | | . | . |
| $Z_z$ | | $X_{z.}$ | $x_{z.}$ |
| Summe | $X_{.1} \ldots X_{.j} \ldots X_{.r}$ | $X_{..}$ | |
| Durchschnitt | $x_{.1} \ldots x_{.j} \ldots x_{.r}$ | | $x_{..}$ |

Aus den Angaben der Tab. 1 sowie den Gleichungen (1) und (2) ergibt sich als Durchschnitt der Versuchsergebnisse der $j$-ten Reihe:

$$x_{.j} = x_{..} + \varrho_j\,. \tag{5}$$

Damit folgt aus Gleichung (4) und (5):

$$x_{ij} - x_{.j} = \zeta_i + \tau_{ij} + \delta_{ij}\,. \tag{6}$$

Entsprechend ist:

$$x_{ij} - x_{i.} = \varrho_j + \tau_{ij} + \delta_{ij}\,. \tag{6a}$$

Betrachten wir die nicht-additiven Effekte in Abhängigkeit von der Größe $x_{ij} - x_{.j}$, so ergeben sich besonders einfache Verhältnisse, wenn wir annehmen dürfen, daß die Größe $x_{ij} - x_{.j}$ bis auf die zufällige Abweichung $\delta_{ij}$ eine lineare Funktion von $\varrho_j$ darstellt, d. h. wenn

$$x_{ij} - x_{.j} = \zeta_i + \Theta_i \varrho_j + \delta_{ij} \tag{7}$$

bzw.

$$\tau_{ij} = \Theta_i \varrho_j \tag{8}$$

ist. Die Gleichung der zugehörigen Regressionsgeraden (jeder Zeile entspricht eine besondere Regressionsgerade) lautet:

$$Y_{ij} = \zeta_i + \Theta_i \varrho_j\,, \tag{9}$$

wobei sich für $\Theta_i$ auf Grund der Gleichungen (3) und (8) die Beziehung:

$$\sum_j \Theta_i = 0 \tag{10}$$

ergibt. Als Regressionskoeffizient für die Größen $x_{ij} - x_{.j}$ und $\varrho_j$ ergibt sich

$$\Theta_i = \frac{\sum_j (x_{ij} - x_{.j})\,\varrho_j}{\sum_j \varrho_j^2} = \frac{\sum_j x_{ij}\,\varrho_j}{\sum_j \varrho_j^2} - 1 = \beta_i - 1\,, \tag{11}$$

wobei

$$\beta_i = \frac{\sum_j x_{ij}\,\varrho_j}{\sum_j \varrho_j^2} \tag{12}$$

ist.

Unter Berücksichtigung von Gleichung (4), (8) und (11) läßt sich somit folgende Form unseres Modells angeben:

$$x_{ij} = x_{..} + \zeta_i + \varrho_j + (\beta_i - 1)\,\varrho_j + \delta_{ij}\,, \qquad (13)$$

wobei nach Gleichung (6a) und (8)

$$\delta_{ij} = x_{ij} - x_{i.} - \varrho_j - \Theta_i\,\varrho_j = (x_{ij} - x_{i.}) - \beta_i\,\varrho_j \qquad (14)$$

ist. Unter der Annahme stochastischer Unabhängigkeit der wirksamen Größen sowie bei Gleichheit der Varianzen der einzelnen Versuchsreihen ergibt sich aus Gleichung (13) nach Quadrierung der Größe $x_{ij} - x_{..}$ und Summierung über alle $i$ und $j$:

$$\sum_i \sum_j (x_{ij} - x_{..})^2 = r \cdot \sum_i \zeta_i^2 + z \cdot \sum_j \varrho_j^2 + \sum_i (\beta_i - 1)^2 \sum_j \varrho_j^2 + \sum_i \sum_j \delta_{ij}^2 \qquad (15)$$

und somit folgende Streuungszerlegung (Tab. 2):

Tabelle 2. *Streuungszerlegung.*

| Ursache | Fg | $\Sigma AQ$ |
|---|---|---|
| Zeilen | $z - 1$ | $r \cdot \sum_i \zeta_i^2$ |
| Reihen | $r - 1$ | $z \cdot \sum_j \varrho_j^2$ |
| Neigungen | $z - 1$ | $\sum_i (\beta_i - 1)^2 \sum_j \varrho_j^2$ |
| Fehler | $(r - 2)(z - 1)$ | $\sum_i \sum_j \delta_{ij}^2$ |

Die Zahl der Freiheitsgrade für die Summe der Abweichungsquadrate des Fehlers ergibt sich als die Differenz der Zahl der Freiheitsgrade der Wechselwirkung Reihen $\times$ Zeilen und der Zahl der Freiheitsgrade der Neigungen:

$$(r - 1)(z - 1) - (z - 1) = (r - 2)(z - 1)\,.$$

## Beziehung zwischen den Testen auf Nicht-Additivität von TUKEY und MANDEL

Es läßt sich zeigen, daß die von TUKEY für das Fehlen der Additivität angegebene, einem Freiheitsgrad zugeordnete Größe

$$P = \frac{\left[\sum_i \sum_j x_{ij}\,(x_{i.} - x_{..})\,(x_{.j} - x_{..})\right]^2}{\sum_i (x_{i.} - x_{..})^2 \sum_j (x_{.j} - x_{..})^2}$$

einen Teil der nach MANDEL die nicht-additiven Effekte umfassenden Größe $\sum_i (\beta_i - 1)^2 \sum_j \varrho_j^2$ ausmacht.

$P$ läßt sich folgendermaßen umschreiben. Es ist:

$$P = \frac{\left[\sum_i \sum_j x_{ij}\,\varrho_j\,\zeta_i\right]^2}{\sum_j \varrho_j^2 \sum_i \zeta_i^2} = \frac{\left[\sum_i \beta_i\,\zeta_i\right]^2}{\sum_i \zeta_i^2} \sum_j \varrho_j^2 \qquad (16)$$

d. h. $P$ kann mit der linearen Regression von $\beta_i$ auf $\zeta_i$ in Beziehung gesetzt werden.

Es läßt sich zeigen, daß die Größe $\sum_i (\beta_i - 1)^2 \sum_j \varrho_j^2$, die als Wirkung der „Neigungen" der die einzelnen Zeilen charakterisierenden Regressionsgeraden gedeutet werden kann, sich folgendermaßen zerlegen läßt.:

$$\sum_i (\beta_i - 1)^2 \sum_j \varrho_j^2 = \frac{\left[\sum_i \beta_i\,\zeta_i\right]^2}{\sum_i \zeta_i^2} \sum_j \varrho_j^2 + \sum_i d_i^2 \sum_j \varrho_j^2\,, \qquad (17)$$

wobei $d$ eine Restgröße darstellt.

Der erste Anteil, dem ein Freiheitsgrad zugeordnet ist und der bei TUKEY Fehlen der Additivität angibt, kann als die Streuung einer Regression, der zweite mit $z - 2$ Freiheitsgraden als Streuung um diese Regression gedeutet werden (Tab. 3). MANDEL verwendet für diese beiden Anteile auch die Bezeichnungen „Concurrence" und „Non-concurrence".

Tabelle 3. *Zerlegung der Neigungen.*

| Ursache | Fg | $\Sigma AQ$ |
|---|---|---|
| Neigungen | $z - 1$ | $\sum_i (\beta_i - 1)^2 \sum_j \varrho_j^2$ |
| Regression | 1 | $\frac{\left[\sum_i \beta_i \zeta_i\right]^2}{\sum_i \zeta_i^2} \sum_j \varrho_j^2$ |
| um die Regression | $z - 2$ | $\sum_i d_i^2 \sum_j \varrho_j^2$ |

Die Prüfung auf nicht-additive Effekte erfolgt auf Grund eines Vergleiches der durchschnittlichen Summen der Abweichungsquadrate (Durchschnittsquadrate) der Neigungen und des Fehlers. Liegt Signifikanz vor, so kann diese durch die ‚Regression' (= „Nicht-Additivität" nach TUKEY), ebensogut aber auch durch die ‚Streuung um die Regression' bedingt sein. Ist letztere nicht signifikant, so ist die Anwendung des TUKEY-Testes berechtigt.

Beispiel: Die Schätzung der nicht-additiven Effekte möge an einem Beispiel demonstriert werden, das einer Arbeit von LINSER (1960) entnommen ist (Auszug aus Tab. 1). Es behandelt die Abhängigkeit treibender Weizenmehlteige von der Stickstoff-(N-)düngung unter Berücksichtigung von 7 im Jahre 1959 angebauten Sorten. Die Berechnung der Dünger- und Sortenwirkungen erfolgt in der üblichen Weise. Die Berechnung der Neigungen, d. h. der nicht-additiven Effekte nach MANDEL kann von den Größen $\beta_i$ ausgehen, indem für jede Zeile (s. Tab. 1) der zugehörige Regressionskoeffizient $\beta_i$ (s. Gleichung (12)) berechnet wird. Doch wäre dieser Weg sehr umständlich. Es läßt sich zeigen, daß die $\Sigma AQ$ der Neigungen

$$\sum_i (\beta_i - 1)^2 \sum_j \varrho_j^2 = \frac{\sum_i (a_i - \bar{a})^2}{z \cdot \Sigma AQ_R} \qquad (18)$$

ist, wobei

$$a_i = \sum_j x_{ij}\,X_{.j} - X_{i.}\,\frac{\sum_j X_{.j}}{r}\,,$$

$$X_{i.} = \sum_j x_{ij}\,, \qquad X_{.j} = \sum_i x_{ij}$$

und

$$\Sigma AQ_R = z \cdot \sum_j (x_{.j} - x_{..})^2$$

die Summe der Abweichungsquadrate zwischen den Reihen ist. Denn es ist:

$$\sum_i (\beta_i - 1)^2 \sum_j \varrho_j^2 =$$

$$\sum_i \left[\frac{\sum_j x_{ij}\,x_{.j} - \sum_j x_{ij}\,x_{..} - \sum_j (x_{.j} - x_{..})^2}{\sum_j (x_{.j} - x_{..})^2}\right]^2 \sum_j (x_{.j} - x_{..})^2$$

$$\frac{\sum_i \left[\left(\sum_j x_{ij} X_{.j} - X_{i.}\,\frac{\sum_j X_{.j}}{r}\right) - \frac{1}{z} \sum_i \left(\sum_j x_{ij} X_{.j} - X_{i.}\,\frac{\sum_j X_{.j}}{r}\right)\right]^2}{z \cdot \Sigma AQ_R}\,.$$

Tabelle 4. *Berechnungsschema.*

| Sorten-Nr. | N-Düngung (kg/ha) 0 | 80 | 120 | 180 | Sa. | $\sum_j x_{ij} X_{.j}$ | $X_{i.}\,\frac{\sum_j X_{.j}}{r}$ | Differenz $a_i$ | $\sum_j x_{ij} X_{i.} X_{.j}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 87 | 86 | 67 | 79 | 319 | 129877 | 130869,75 | − 992,75 | 41430763 |
| 2 | 27 | 14 | 41 | 56 | 138 | 59884 | 56614,50 | + 3269,50 | 8263992 |
| 3 | 13 | 13 | 31 | 40 | 97 | 42222 | 39794,25 | + 2427,75 | 4095534 |
| 4 | 92 | 84 | 88 | 88 | 352 | 144500 | 144408,00 | + 92,00 | 50864000 |
| 5 | 31 | 23 | 35 | 51 | 140 | 59503 | 57435,00 | + 2068,00 | 8330420 |
| 6 | 53 | 32 | 64 | 58 | 207 | 86811 | 84921,75 | + 1889,25 | 17969877 |
| 7 | 70 | 98 | 107 | 113 | 388 | 161546 | 159177,00 | + 2369,00 | 62679848 |
| Sa. | 373 | 350 | 433 | 485 | 1641 | | | + 11122,75 | 193634434 |

Zweckmäßig erfolgt die Berechnung in Tabellenform (Tab. 4), indem zunächst die Größen $\sum_j x_{ij} X_{.j}$ ermittelt werden. Davon werden die Werte $X_{i.} \frac{\sum_j X_{.j}}{r}$ abgezogen und die $\Sigma AQ$ der Differenzen von ihrem Durchschnitt berechnet, die durch $z \cdot \Sigma AQ_R$ zu dividieren ist.

Auch die zur Berechnung der $\Sigma AQ$ für das Fehlen der Additivität nach TUKEY bequeme Fassung

$$P = \frac{\left[\sum_i \sum_j x_{ij} X_{i.} X_{.j} - \sum_i \sum_j x_{ij} (\Sigma AQ_R + \Sigma AQ_Z + \text{Korr}\right]^2}{N \cdot \Sigma AQ_R \cdot \Sigma AQ_Z}$$

$\left[\text{Korr} = \frac{1}{N}\left(\sum_i \sum_j x_{ij}\right)^2\right]$ (WEILING 1960), bzw. der für diese Größe wichtige Wert $\sum_i \sum_j x_{ij} X_{i.} X_{.j}$ läßt sich auf diese Weise schnell ermitteln, indem man im Verlauf der obigen Rechnung die $\sum_j x_{ij} X_{.j}$ jeweils mit $X_{i.}$ multipliziert und die Produkte im Speicher der Rechenmaschine addiert.

Tabelle 5. *Streuungszerlegung.*

| Ursache | Fg | $\Sigma AQ$ | Durchschnitt | F |
|---|---|---|---|---|
| Düngung | 3 | 1588,9643 | 529,6548 | 4,1302⁺ |
| Sorte | 6 | 20603,4286 | | |
| Düngung × Sorte | 18 | 2308,2857 | 128,2381 | |
| Neigungen (Nicht-Additivität nach MANDEL) | 6 | 1201,3229 | 200,2205 | 2,1705⁻ |
| Regression (Nicht-Additivität nach TUKEY) | 1 | 399,7542 | 399,7542 | 3,5608⁻ |
| um die Regression | 5 | 801,5687 | 160,3137 | |
| Rest (Fehler) | 12 | 1106,9628 | 92,2469 | |

Auf die Neigungen und somit nach MANDEL auf nicht-additive Effekte entfällt die $\Sigma AQ$ in Höhe von 1201,3229 mit 6 Freiheitsgraden, während auf die Regression, d. h. auf die von TUKEY für das Fehlen der Additivität angegebene Größe $P$ der Wert 399,7542 mit einem Freiheitsgrad entfällt (Tab. 5). Beide Größen sind zwar im vorliegenden Falle nicht signifikant. Sie lassen jedoch erkennen — vor allem wenn man berücksichtigt, daß die Prüfung im ersten Falle gegen das Durchschnittsquadrat des Restes (92,2469 mit 12 Freiheitsgraden), im zweiten gegen das Durchschnittsquadrat des mit der Streuung um die Regression vereinigten Restes (112,2666 mit 17 Freiheitsgraden) erfolgt —, daß diese Prüfung von Fall zu Fall sehr verschieden ausfallen kann, wenn nämlich die Streuung um die Regression signifikant ist.

## Diskussion

Die Prüfung auf nicht-additive Effekte ist anzuraten, sofern im Falle einer einfachen oder doppelten Streuungszerlegung keine oder nur schwache Signifikanz ermittelt wurde und der Verdacht besteht, daß nicht-additive Effekte vorliegen könnten. Unter diesen Umständen wird die als Prüfgröße dienende $\Sigma AQ$ des Zufallsfehlers nämlich zu hoch geschätzt, da dieser Wert neben dem eigentlichen Fehler noch die Wirkung nicht-additiver Effekte enthält. Damit gibt diese Prüfung zugleich Aufschluß über die wirkliche Höhe des zufälligen Fehlers.

Wie MANDEL gezeigt hat, erfaßt das von TUKEY für die Prüfung des „Fehlens der Additivität" angegebene Verfahren nur einen Teil der nicht-additiven Effekte und zwar jenen, der zur Regression der $\beta_i$ auf die $\zeta_i$ in Beziehung steht. Da die Beurteilung dieser Größe überdies an Hand eines Wertes erfolgt, der neben dem eigentlichen Fehler die restlichen Anteile der nicht-additiven Effekte umfaßt, sind Fehlentscheidungen nicht ausgeschlossen. Die hier vorgeschlagene Berechnungsweise gestattet, sowohl die für die Ermittlung der nicht-additiven Effekte wie auch für die Regression der $\beta_i$ auf die $\zeta_i$, d. h. des von TUKEY für das „Fehlen der Additivität" angegebenen Anteiles, erforderlichen Rechengrößen auf möglichst einfache Weise im Zusammenhang mit der eigentlichen Streuungszerlegung zu ermitteln.

Indessen wird die Berücksichtigung dieser Regression nur dann erforderlich bzw. ratsam sein, wenn die nicht-additiven Effekte signifikant sind.

Der von MANDEL angegebenen Methode der Schätzung der nicht-additiven Effekte liegt die Annahme zugrunde, daß die Größe $x_{ij} - x_{.j}$, abgesehen von der zufälligen Abweichung $\delta_{ij}$, eine lineare Funktion der $\varrho_j$ ist. MANDEL hat gezeigt, daß sich dieses Verfahren durch die Annahme polynomer Funktionen höheren Grades verallgemeinern läßt, indem neben einem linearen Gliede noch Glieder höherer Ordnung unterschieden werden. In der Regel wird es jedoch nicht erforderlich sein, von dieser Verallgemeinerung Gebrauch zu machen, so daß das angegebene Verfahren im allgemeinen ausreichen dürfte.

## Zusammenfassung

Für die Ermittlung nicht-additiver Effekte bei einfachen und doppelten Streuungszerlegungen reicht das von TUKEY (1949) angegebene Verfahren nicht aus, da es, wie MANDEL (1961) nachgewiesen hat, nur einen Teil der nichtadditiven Effekte berücksichtigt. Es wird eine Möglichkeit aufgezeigt, wie die nicht-additiven Effekte nach MANDEL auf möglichst einfache Weise, und zwar unter weitgehender Anwendung der bei der Streuungszerlegung ohnehin anfallenden Rechengrößen ermittelt werden können. Ferner wird angegeben, in welchen Fällen die Prüfung auf nicht-additive Effekte sinnvoll ist.

### Literatur

1. LINSER, HANS: Einige Arbeiten auf dem Gebiete der Beeinflussung der Weizenqualität durch Düngung. Getreide und Mehl **10**, 97—102 (1960). — 2. MANDEL, J.: Non-additivity in two-way analysis of variance. J. Amer. Stat. Assoc. **56**, 878—888 (1961). — 3. TUKEY, J. W.: One degree of freedom for non-additivity. Biometrics **5**, 232—242 (1949). — 4. WEILING, F.: Vereinfachte Prüfung der Additivität bei Streuungszerlegungen (Varianzanalysen). Der Züchter **30**, 269—272 (1960).